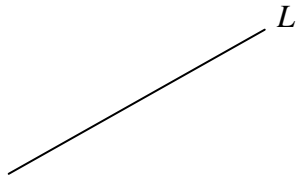




معادله‌ی خط در فضا



مثال (۱) معادله‌ی خطی را بنویسید که از نقطه‌ی $A = (1, 2, 3)$ گذشته و با بردار $u = (3, -5, 7)$ موازی باشد.

مثال (۲) معادله‌ی خطی را بنویسید که از نقطه‌ی $A = (5, 0, -7)$ گذشته و با بردار $u = 2i - 3j + k$ موازی باشد.

مثال (۳) معادله‌ی خطی را بنویسید که از نقطه‌ی $A = (-1, 2, 3)$ گذشته و با خط $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z+2}{-7}$ موازی باشد.

مثال (۴) معادله‌ی خطی را بنویسید که از نقطه‌ی $A = (0, 7, -4)$ گذشته و با خط $L: \frac{2x-1}{4} = \frac{y+3}{5} = \frac{1-z}{7}$ موازی باشد.

تذکر:



مثال ۵) معادله‌ی خطی را بنویسید که از نقطه‌ی $A = (1, 2, 3)$ گذشته و بر خط $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{5}$ عمود است.

مثال ۶) در مثال قبل معادله‌ی خطی را که از A گذشته و بر خط L عمود متقاطع باشد، بنویسید.

مثال ۷) معادله‌ی خطی را بنویسید که شامل دو نقطه‌ی $A = (1, 2, 3)$ و $B = (5, -6, 7)$ باشد.

مثال ۸) معادله‌ی خطی را بنویسید که شامل دو نقطه $A = (-1, 0, 5)$ و $B = (3, 4, 1)$ باشد.

مثال ۹) معادله‌ی خطی را بنویسید که شامل دو نقطه‌ی $A = (1, 2, 3)$ و $B = (1, 5, -7)$ باشد.

نکته: اگر $p = 0$ در این صورت: $L: x = x_0, \frac{y-y_0}{q} = \frac{z-z_0}{r}$

یعنی خط عمود بر محور x ها و موازی با صفحه‌ی YOZ است.

اگر $q = 0$ در این صورت: $L: y = y_0, \frac{x-x_0}{p} = \frac{z-z_0}{r}$

یعنی خط عمود بر محور y ها و موازی با صفحه‌ی XOZ است.

اگر $r = 0$ در این صورت: $L: z = z_0, \frac{x-x_0}{p} = \frac{y-y_0}{q}$

یعنی خط عمود بر محور z ها و موازی با صفحه‌ی XOY است.

مثال ۱۰) معادله‌ی خطی را بنویسید که شامل دو نقطه‌ی $A = (1, 2, 3)$ و $B = (1, 2, 7)$ باشد.



نکته: اگر $p, q = 0$ در این صورت $L: x = x_0, y = y_0, z = t \quad t \in R$ یعنی خط عمود بر صفحه xOy و موازی با محور Oz است.

اگر $p, r = 0$ در این صورت $L: x = x_0, y = t, z = z_0 \quad t \in R$ یعنی خط عمود بر صفحه xOz و موازی با محور Oy است.

اگر $q, r = 0$ در این صورت $L: x = t, y = y_0, z = z_0 \quad t \in R$ یعنی خط عمود بر صفحه yOz و موازی با محور Ox است.

مثال ۱۱) نقطه‌ی $A(a, b, 4)$ بر خط گذرنده از دو نقطه‌ی $(0, 1, 2)$ ، $(1, -1, 0)$ واقع است. دوتایی مرتب (a, b) را بیابید؟
(سراسری ۸۳)

مثال ۱۲) معادله‌ی خطی که از مبدأ گذشته و با خط $(x = t + 1, y = 1 - t, z = 2 = 2t)$ موازیست را بنویسید؟ (سراسری ۷۰)

مثال ۱۳) معادله‌ی خط گذرنده بر نقطه‌ی $A = (0, 1, 2)$ و عمود متقاطع با خط $d: x + 1 = y - 1 = z$ را بنویسید؟
(سراسری ۷۲)

مثال ۱۴) معادله‌ی خط عمود بر دو محور Oy, Oz به کدام صورت است؟ (سراسری ۷۲)

$$\begin{cases} x = a \\ x + y = b \end{cases} \quad (۴) \quad \begin{cases} z = a \\ y = b \end{cases} \quad (۳) \quad \begin{cases} x = 0 \\ y = z \end{cases} \quad (۲) \quad \begin{cases} z = b \\ x + y = a \end{cases} \quad (۱)$$



اوضاع نسبی دو خط در فضا:

(۱) موازی: هیچ نقطه‌ی اشتراکی ندارند و در یک صفحه قرار دارند.

$$L_1 \parallel L_2 \Leftrightarrow u_1 \parallel u_2 \Leftrightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{q_1}{q_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

(منطبق): حداقل ۲ نقطه‌ی متمایز مشترک دارند.

(۲) متقاطع: فقط یک نقطه‌ی اشتراک دارند.

$$L_1 \not\parallel L_2 \Leftrightarrow u_1 \not\parallel u_2 \Leftrightarrow \frac{p_1}{p_2} \neq \frac{q_1}{q_2} \neq \frac{r_1}{r_2}$$

(۳) متنافر: هیچ نقطه‌ی اشتراکی نداشته و در یک صفحه نیز نیستند.

تذکر مهم: برای تشخیص موازی و منطبق

تذکر مهم: برای تشخیص متقاطع و متنافر

در هر یک از مثال‌های زیر اوضاع نسبی دو خط را بررسی نمایید:

مثال (۱۵) $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$

$$L_2: \frac{x-1}{-4} = \frac{y}{-6} = \frac{z+1}{2}$$

مثال (۱۶) $L_1: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{3}$

$$L_2: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{6}$$

مثال (۱۷) $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$

$$L_2: \frac{x-1}{5} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{2}$$

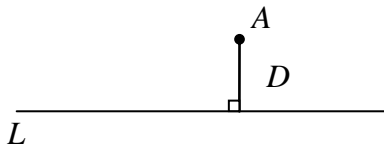
مثال (۱۸) $L_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$

$$L_2: \frac{x}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$$



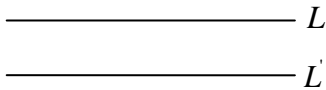
فاصله‌ی نقطه‌ی A از خط L :

$$D = \frac{|AB \times u|}{|u|}$$



مثال ۱۹) فاصله‌ی نقطه‌ی $A = (-2, 1, 5)$ را از خط $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{-2}$ بیابید.

فاصله‌ی دو خط موازی:



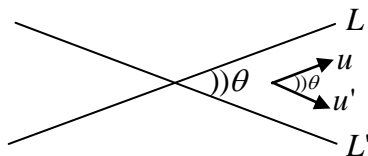
مثال ۲۰) فاصله‌ی دو خط موازی مثال ۱۶ را بیابید.

یافتن نقطه‌ی تقاطع دو خط:

مثال ۲۱) نقطه‌ی تقاطع دو خط مثال ۱۷ را بیابید.

زاویه‌ی بین دو خط متقاطع (غیر منفرجه)

$$\cos \theta = \frac{u \cdot u'}{|u| |u'|}$$



مثال ۲۲) زاویه‌ی بین دو خط متقاطع مثال ۱۷ را بیابید.



مثال ۲۳) اگر دو خط $x - \alpha = y + \beta = z$, $\frac{x}{\alpha} - \beta = y - \alpha = z$ در نقطه‌ی $(1, 1, k)$ متقاطع باشند $2\alpha - \beta$ را بدست آورید؟ (آزاد ۷۸)

مثال ۲۴) دو خط $x = y + 1 = z - 1$, $\frac{x}{\alpha} = y = \frac{z}{\beta}$ در نقطه‌ی $A(a, b, c)$ متقاطعند $a + b + c$ را بدست آورید؟ (آزاد ۷۹)

مثال ۲۵) به ازای کدام مقدار a دو خط به معادلات $\frac{x-3}{1} = \frac{y+a}{2} = -z$, $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{2}$ متقاطعند؟ (سراسری ۸۵/آزاد ۷۵)

- (۱) -۵
(۲) -۳
(۳) ۳
(۴) ۴

مثال ۲۶) اگر دو خط به معادلات $2x + 1 = my + 2 = z + 2$, $mx + 1 = 2y + 1 = 4z + 1$ برهم عمود باشند m را بیابید؟ (سراسری ۷۰)

نکته:

هرگاه دو خط بر یکدیگر عمود باشند بردارهای هادی آنان نیز بر یکدیگر عمودند.

مثال ۲۷) دو خط به معادلات $\frac{x-1}{2} = \frac{y-4}{3} = \frac{z}{-1}$, $(x = t, y = t + 2, z = -2t - 1)$ نسبت به هم کدام وضعیت را دارند؟ (سراسری ۸۲)

- (۱) متنافر
(۲) متقاطع
(۳) موازی
(۴) عمود

مثال ۲۸) دو خط $L_1: x - 3 = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{3}$, $x = 2y + 9 = 3z + 22$ نسبت به هم چه وضعی دارند؟ (آزاد ۸۵)



مثال ۲۹) خط گذرا از نقاط $A(2, 0, 1)$, $B(0, -2, 2)$ با خط $L: \frac{x}{4} = 1 - y = \frac{z}{4}$ چه زاویه ای می سازد؟

عمود مشترک دو خط متناظر: خطی است که دو خط متناظر را قطع نموده و بر هر دوی آنان عمود است به عبارت دیگر کوتاهترین پاره خطی است که دوسرآن بردوخط متناظر قرار دارد.

طول عمود مشترک:

معادله‌ی عمود مشترک:

مثال ۳۰) طول و معادله‌ی عمود مشترک دوخط متناظر L_1 , L_2 را بیابید:

$$L_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$$

$$L_2: \frac{x}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$$



مثال (۳۱) طول و معادله‌ی عمود مشترک دو خط متناظر L_1, L_2 را بیابید:

$$L_1: \begin{cases} x = 5 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$L_2: \begin{cases} y = 8 \\ z = -1 \end{cases}$$

مثال (۳۲) معادله‌ی عمود مشترک دو خط $L: \begin{cases} x+z=2 \\ y=5 \end{cases}$, $L': \begin{cases} 2x+3z=5 \\ y=-1 \end{cases}$ کدام است؟ (آزاد ۸۰ / سراسری ۷۳)

$$\begin{cases} 2x+z=2 \\ y=4 \end{cases} \quad (۴) \quad \begin{cases} x=1 \\ z=1 \end{cases} \quad (۳) \quad \begin{cases} x=0 \\ z=2 \end{cases} \quad (۲) \quad \begin{cases} 3x+4y=7 \\ y=-2 \end{cases} \quad (۱)$$

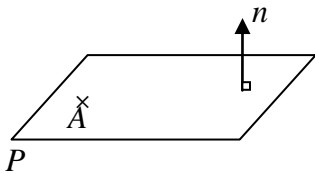
مثال (۳۳) معادله‌ی عمود مشترک دو خط به معادلات $D_1: \begin{cases} x=y \\ z=0 \end{cases}$, $D_2: \begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases}$ کدام است؟ (سراسری ۷۴)

$$y=0, x+y=z \quad (۴) \quad z=0, x+y=2 \quad (۳) \quad z=1, x+y=2 \quad (۲) \quad y=0, x+z=2 \quad (۱)$$



مثال ۳۴) کوتاهترین فاصله‌ی بین دو خط $D: \begin{cases} x=0 \\ y=5 \end{cases}$, $D': \begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{y}{4} \\ z=0 \end{cases}$ را بیابید؟ (سراسری ۷۹ و آزاد ۸۴)

معادله‌ی صفحات در فضا



مثال ۳۵) معادله‌ی صفحه‌ی شامل نقطه‌ی $A(1, -2, 3)$ و عمود بر بردار $n = (4, 5, -7)$ را بنویسید.

مثال ۳۶) معادله‌ی صفحه‌ی شامل نقطه‌ی $A = (0, 5, 1)$ و عمود بر بردار $n = -3i + 2j + k$ را بنویسید.



مثال ۳۷) معادله ی صفحه ی شامل نقطه ی $A = (1, 2, 5)$ و عمود بر بردار $n = -5j + k$ را بنویسید.

مثال ۳۸) معادله ی صفحه ی شامل نقطه ی $A = (1, 2, 3)$ و عمود بر خط $L: \frac{x-1}{3} = \frac{2y-1}{8} = \frac{1-3z}{6}$ را بنویسید.

مثال ۳۹) معادله ی صفحه ی شامل نقطه ی $A = (1, 0, 5)$ و موازی با خط $L: \frac{x-1}{7} = \frac{y}{-3} = \frac{z+1}{1}$ را بنویسید.

مثال ۴۰) معادله ی صفحه ی گذرا از نقطه ی $A = (1, -1, 1)$ و عمود بر خط $D: \begin{cases} x = t + 1 \\ y = 2t \\ z = t - 1 \end{cases}$ شامل کدام نقطه است؟

(۱) $(0, 0, 0)$ (۲) $(0, 0, 1)$ (۳) $(0, 1, 0)$ (۴) $(1, 0, 0)$ (سراسری ۸۰ و ۷۳ و ...)

مثال ۴۱) معادله ی صفحه ای را بنویسید که از نقطه ی $A(-1, 1, 1)$ می گذرد و شامل خط $L: x+1=2y-1=z+1$

است؟ (سراسری ۷۶)



مثال ۴۲) معادله‌ی صفحه‌ای را بنویسید که شامل دوخط $L_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ ، $L_2: \frac{x}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$ باشد؟

مثال ۴۳) معادله‌ی صفحه‌ای را بنویسید که شامل دوخط $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$ ، $L_2: \frac{x}{4} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-2}$ باشد؟

مثال ۴۴) معادله‌ی صفحه‌ای شامل دوخط به معادلات $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 2t + 1 \\ z = t \end{cases}$ ، $\Delta': \begin{cases} x = t \\ y = t + 1 \\ z = 2t \end{cases}$ را بنویسید؟ (سراسری ۷۱)

مثال ۴۵) صفحه‌ای شامل دوخط $\Delta: (x = 2t + 1, y = t - 1, z = t)$ ، $\Delta': \left(\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}\right)$ محور x ها را با کدام طول قطع می کند؟ (سراسری ۸۲ و آزاد ۸۰ و ۷۷ و ...)

مثال ۴۶) معادله‌ی صفحه‌ای را بنویسید که از نقطه‌ی $A = (1, 2, 3)$ گذشته و با دو بردار $a = (1, -2, 0)$ ، $b = (7, 3, 1)$ موازی باشد.

مثال ۴۷) معادله‌ی صفحه‌ای را بنویسید که از نقطه‌ی $A = (1, 2, -3)$ گذشته و با صفحه‌ی $p: 2x - y + z = 1$ موازی باشد.

مثال ۴۸) معادله‌ی صفحه‌ای را بنویسید که از نقطه‌ی $A = (0, 5, -1)$ گذشته و بر صفحه‌ی $p: 3x - y + z = 7$ عمود باشد.



مثال ۴۹) معادله‌ی صفحه‌ای را بنویسید که در نقطه‌ای به ارتفاع ۸ بر محور z عبور کرده و با صفحه‌ی xOy موازی باشد.

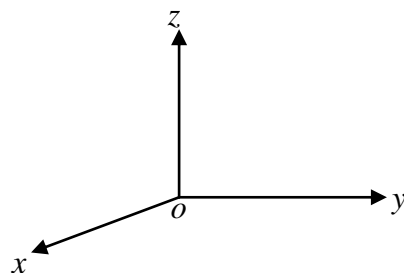
مثال ۵۰) معادله‌ی صفحه‌ای را بنویسید که موازی محور x هاست و از دو نقطه‌ی $A(2, 3, -1)$ ، $B(0, 1, 1)$ می‌گذرد؟
(سراسری ۸۳/آزاد ۶۹)

مثال ۵۱) معادله‌ی صفحه‌ای را بنویسید که شامل ۳ نقطه‌ی $A \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{vmatrix}$ ، $B \begin{vmatrix} 0 \\ 5 \\ 1 \end{vmatrix}$ ، $C \begin{vmatrix} 7 \\ 1 \\ -4 \end{vmatrix}$ باشد؟

مثال ۵۲) معادله‌ی صفحه‌ی شامل ۳ نقطه‌ی $A = (a, 0, 0)$ ، $B(0, b, 0)$ ، $C = (0, 0, c)$ را بنویسید.

نکته: معادله‌ی صفحه‌ی شامل ۳ نقطه‌ی $A \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ c \end{vmatrix}$ ، $B \begin{vmatrix} 0 \\ b \\ 0 \end{vmatrix}$ ، $C \begin{vmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ را می‌توان بصورت $P: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ نوشت.

نکته:



هرم V



مثال ۵۳) صفحه‌ی $x+2y+3z=6$ محورهای مختصات را در نقاط A, B, C قطع می‌کند مساحت $\triangle ABC$ را بیابید؟
(آزاد ۷۹)

مثال ۵۴) حجم محدود به صفحه‌ی $x+y+2z=1$ و صفحات مختصات را بیابید؟ (سراسری ۸۱)

اوضاع نسبی دو صفحه در فضا:

(۱) موازی

(منطبق)

(۲) متقاطع

در هر یک از مثال‌های زیر اوضاع نسبی دو صفحه را بررسی نمایید:

مثال ۵۵) $P_1: 2x+6y-z=11$
 $P_2: 4x+12y-2z=22$

مثال ۵۶) $P_1: 2x-y+z=7$
 $P_2: 4x-2y+2z=11$

مثال ۵۷) $P_1: 2x+5y-z=1$
 $P_2: 4x+10y+z=11$

فاصله‌ی نقطه‌ی $A=(x_0, y_0, z_0)$ از صفحه‌ی $P: ax+by+cz=d$



مثال ۵۸) فاصله‌ی نقطه‌ی $A = (5, -2, 0)$ را از صفحه‌ی $P: 2x - y - 2z = 18$ بیابید.

فاصله‌ی دو صفحه‌ی موازی $P: ax + by + cz = d$, $P': ax + by + cz = d'$

مثال ۵۹) فاصله‌ی دو صفحه‌ی موازی مثال را بیابید.

زاویه بین دو صفحه متقاطع (غیرمنفرجه)

مثال ۶۰) زاویه‌ی بین دو صفحه‌ی $P_1: 2x - y + z = 7$, $P_2: x + 2y - z = 11$ را بیابید.

معادله‌ی خط فصل مشترک دو صفحه متقاطع

مثال ۶۱) فصل مشترک دو صفحه‌ی $P_1: 2x - y + 3z = 1$, $P_2: 7x + y + 11z = 6$ را بیابید.



مثال ۶۲) فصل مشترک دو صفحه‌ی $P: x+2y+z=5$, $P': 2x+y+2z=4$ از نقطه‌ی $M(x_0, y_0, z_0)$ می‌گذرد
مطلوبست x_0+y_0 (آزاد ۸۵)

مثال ۶۳) فاصله‌ی نقطه‌ی ای به مختصات $(1, 1, 2)$ از فصل مشترک دو صفحه‌ی $x+2y=0$, $2x-y=0$ کدام است؟
(سراسری ۸۰)

مثال ۶۴) معادله‌ی صفحه‌ای را بنویسید که از نقطه‌ی $A(1, 2, 3)$ گذشته و با L, L' موازی باشند:

$$L: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$$

$$L': \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{5}$$

مثال ۶۵) معادله‌ی صفحه‌ای را بنویسید که از نقطه‌ی $A(1, 2, 3)$ گذشته و با L, L' موازی باشد:

$$L: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-1}$$

$$L': \frac{x}{4} = \frac{y}{6} = \frac{z+1}{-2}$$

مثال ۶۶) معادله‌ی صفحه‌ی ای را بنویسید که از نقطه‌ی $A(1, 2, 3)$ گذشته و بردو صفحه‌ی p, p' عمود باشد:

$$P: 2x - y + z = 1$$

$$P': 3x + y + z = 3$$



مثال ۶۷) معادله‌ی صفحه‌ای را بنویسید که از نقطه‌ی $A(1, 2, 3)$ گذشته و برد و صفحه‌ی P ، P' عمود باشند:

$$P: 2x - y + z = 7$$

$$P': 4x - 2y + 2z = 1$$

مثال ۶۸) معادله‌ی صفحه‌ای را بنویسید که شامل خط L به معادله‌ی $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{3}$ بوده و بر صفحه‌ی $p: x + 2y - z = 1$ عمود باشد.

مثال ۶۹) معادله‌ی صفحه‌ای را بنویسید که شامل خط $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{3}$ بوده و بر صفحه‌ی $P: 4x - 2y + 6z = 5$ عمود باشد.

مثال ۷۰) معادله‌ی صفحه‌ای را بنویسید که شامل L بوده و با L' موازیست.

$$L: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{5} = \frac{z}{-1}$$

$$L': \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$$

مثال ۷۱) m را چنان بیابید که دو صفحه‌ی $P: x - y + z = 0$ ، $P': 2x - y + mz = 1$ عمود باشند؟ (سراسری ۶۲)



نکته:

هرگاه دو صفحه عمود باشند بردارهای نرمال آنان نیز بر یکدیگر عمودند.

مثال (۷۲) نقطه‌ی M واقع بر خطی به معادله‌ی $x = 2z + 3, y = 0$ است. اگر فاصله‌ی M از صفحه‌ی A به معادله‌ی $2x + 2y - z = 0$ برابر ۵ باشد، ارتفاع مثبت نقطه‌ی M کدام است؟ (سراسری ۸۵)

مثال (۷۳) فاصله‌ی نقطه‌ی A به ارتفاع ۵ واقع بر محور z ها از صفحه‌ی $P: 3x - \sqrt{3}y + 2z = 8$ کدام است؟ (سراسری ۷۷ و ۷۵ و ۸۴ و ...)

اوضاع نسبی خط و صفحه در فضا

(۱) موازی

(منطبق)

(۲) متقاطع

تذکر مهم:

تذکر مهم:

در هر یک از مثال‌های زیر اوضاع نسبی خط L و صفحه‌ی P را بررسی نمایید.

مثال (۷۴) $L: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+4}{-1}$
 $P: 2x + 3y - 5z = 1$



مثال (۷۵) $L: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-7}{-1}$
 $P: 2x - 3y + z = 9$

مثال (۷۶) $L: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{3}$
 $P: 2x + y - z = 5$

فاصله‌ی خط L از صفحه‌ی موازی با آن (P)

مثال (۷۷) فاصله‌ی $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ از صفحه‌ی $P: -x + 3y + z = 1$ را بیابید.

زاویه‌ی بین یک خط و یک صفحه متقاطع با آن

در هر یک از مثال‌های زیر زاویه‌ی بین خط L و صفحه‌ی P را بیابید.

مثال (۷۸) $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-1}$
 $P: -x + y + z = 11$

مثال (۷۹) $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{1}$
 $P: 2x - y + z = 1$



مثال ۸۰) اگر نقطه‌ی تقاطع صفحه‌ی $x+y+z=1$ با خط $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{4}$ نقطه‌ی $A=(a,b,c)$ باشد حاصل $2a+b+c$ را بیابید. (سراسری ۸۴ و آزاد ۷۵ و...)

مثال ۸۱) خطی به معادله‌ی $2x = y - 1 = 3z$ با صفحه‌ای به معادله‌ی $2x - 2y + 3z = 2$ کدام وضعیت را دارد؟ (سراسری ۷۵)

- (۱) عمود (۲) درون صفحه قرار دارد (۳) موازی (۴) مایل

مثال ۸۲) خطی به معادله‌ی $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = 2t \\ z = -t \end{cases}$ موازی صفحه‌ی $mx + y - z = 2$ است، m را بیابید؟ (سراسری ۷۵ و ۷۴ و ۶۶ و...)

مثال ۸۳) نقطه‌ی M واقع بر خطی به معادله‌ی $x = 2z + 3$, $y = 0$ است، اگر فاصله‌ی M از صفحه‌ی ای به معادله‌ی $2x + 2y - z = 0$ برابر ۵ باشد ارتفاع M (مثبت) را بیابید؟ (سراسری ۸۵)



مثال ۸۴) m را چنان بیابید که خط L بر صفحه P عمود باشد.

$$P: 2x - y + z = 5, \quad L: \frac{x-1}{2m-1} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{-1}$$

مثال ۸۵) در مثال قبل m را چنان بیابید که خط L با صفحه P موازی باشد.

نکته: خط عمود بر خط:

خط عمود بر صفحه:

صفحه‌ی عمود بر صفحه:

مثال ۸۶) نقطه‌ی $A = (-1, 2, 3)$ و خط $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$ مفروضند، مطلوبست تصویر A بر خط L و قرینه‌ی A نسبت به L .

مثال ۸۷) نقطه‌ی $A = (1, 2, 3)$ و صفحه‌ی $P: 2x + 3y - z = 1$ مفروضند، مطلوبست تصویر A بر صفحه P و قرینه‌ی A نسبت به P .



مثال ۸۸) معادله‌ی خطی را بنویسید که از نقطه‌ی $A = (1, 2, 3)$ گذشته و خط $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$ را قطع نموده و با صفحه‌ی $P: x - y + z = 5$ موازی باشد.

مثال ۸۹) فاصله‌ی نقطه‌ی $A = (1, 1, 2)$ از فصل مشترک دو صفحه به معادلات $x + 2y = 0$, $2x - y = 0$ کدام است؟
(سراسری ۸۰)

۳ (۴)

۲ (۳)

 $\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۱)

مثال ۹۰) قرینه‌ی نقطه‌ی $A(5, 2, -1)$ نسبت به صفحه‌ی $x + y + z - 3 = 0$ را بیابید؟ (آزاد ۷۳)

(۲, ۰, -۲) (۴)

(۳, ۰, ۳) (۳)

(۰, ۱, ۲) (۲)

(۳, ۰, -۳) (۱)



مثال ۹۱) تصویر خط $D: \begin{cases} x=3 \\ z=4 \end{cases}$ در صفحه ی xOz را بیابید؟

مثال ۹۲) تصویر خط $L: x=y+1, z=3$ در صفحه ی xOy را بیابید؟

مثال ۹۳) تصویر خط $L: \frac{x}{4} = y-1 = z+1$ روی صفحه ی xOz را بیابید؟

مثال ۹۴) قرینه ی خط $L: x=-z, y=2$ نسبت به محور ox را بیابید؟

مثال ۹۵) کدام نقطه ی روی قرینه ی خط $L: \begin{cases} x=3 \\ z=5 \end{cases}$ نسبت صفحه ی xOz قرار دارد؟

- (۱) $(-3, 0, -5)$ (۲) $(0, -2, 0)$ (۳) $(0, 2, 1)$ (۴) $(3, 2, 5)$



نکته:

مثال ۹۶) معادله‌ی صفحه‌ی عمود منصف پاره خط AB را که $A = (1, 2, 3)$, $B = (3, -4, 5)$ می باشند را بنویسید.

مثال ۹۷) مکان هندسی نقاطی از فضا را بیابید که از دو نقطه‌ی A , B به فاصله‌ی برابر قرار داشته باشند.

$$B = (5, 4, -2), A = (-1, 0, 8)$$

مثال ۹۸) معادله‌ی صفحه‌ای را بنویسید که نقطه‌ی $B = (2, 5, 3)$ تصویر نقطه‌ی $A = (1, 0, -7)$ بر آن باشد.

نکته:



مثال ۹۹) مکان هندسی نقاطی از فضا را بیابید که از $P: 2x - y + 3z = 1$, $P': 4x - 2y + 6z = 18$ به یک فاصله باشند.

نکته:

مثال ۱۰۰) مکان هندسی نقاطی از فضا را بیابید که از $P: 2x + 3y - z = 1$, $P': x - 2y - 3z = 5$ به یک فاصله باشند.